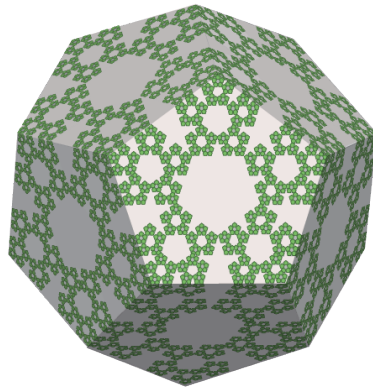


MALLAS DE APRENDIZAJE



# MATEMÁTICAS

## GRADO 4°

Documento para la implementación de los DBA



GOBIERNO DE COLOMBIA



MINEDUCACIÓN

Siempre  
Día e



## **Presidente de la República**

Juan Manuel Santos Calderón

## **Ministra de Educación Nacional**

Yaneth Giha Tovar

## **Viceministra (e) de Educación Preescolar, Básica y Media**

Liliana Zapata Bustamante

## **Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media**

Mónica Ramírez Peñuela

## **Subdirectora de Fomento de Competencias**

Camila Gómez Afanador

## **Subdirector de referentes y evaluación**

Diego Fernando Pulecio Herrera

## **Equipo técnico del Ministerio de Educación Nacional**

Ana Camila Medina Pulido

Jorge Castaño García

Yadira Sanabria Mejía

Jenny Andrea Blanco Guerrero

Ricardo Cañón Moreno

## **Equipo técnico de la Universidad de Antioquia**

Gilberto Obando Zapata

Walter Fernando Castro Gordillo

Jhony Alexander Villa Ochoa

Martha Bonilla Estévez

Paula Andrea Rendón Mesa

Mónica Marcela Parra Zapata

Maria Denis Vanegas Vasco

Olga Emilia Botero Hernández

Juan Fernando Molina Toro

Oscar Iván Santafé

Luz Cristina Agudelo Palacio

Sugey Andrea González Sánchez

## **Agradecimientos**

A los asesores internacional y nacional Joaquín Jiménez y Rodolfo Vergel.

A los profesionales del Ministerio de Educación Nacional que hicieron lectura y aportes a los documentos:

Diego Fernando Pulecio Herrera  
**Dirección de Calidad**

Guillermo Andrés Salas Rodríguez  
**Dirección de Calidad**

Juan Pablo Albadan Vargas  
**Programa Todos a Aprender**

Julián Ricardo Gómez  
**Programa Todos a Aprender**

Yerry Londoño Morales  
**Programa Todos a Aprender**

José Antonio Rodríguez Suárez  
**Programa Todos a Aprender**

Jairo Anibal Rey Monroy  
**Dirección de Calidad**

Jefferson Bustos Ortíz  
**Dirección de Calidad**

Mariajosé Otálora Lozano  
**Programa Todos a Aprender**

A los docentes del sector oficial y privado que participaron en las mesas de discusión y aportaron a la construcción de las Mallas de aprendizaje:

Bernardo Recamán Santos  
**Consultor**

Alexander Sarria  
**Colegio Los Nogales**

Amalia Cristina Torres Montiel  
**Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central**

Claudia Galindo Urquijo  
**Colegio Andino**

Omar Fuquen  
**Colegio Hacienda los Alcaparros**

Juan Manuel Galán Suárez  
**Colegio Tilatá**

Zulma León  
**Colegio Gimnasio los Portales**

María Margarita Botero de Mesa  
**Invitada especial**

A formadores, tutores y docentes del Programa Todos a Aprender y Liceos del Ejército, quienes a partir del uso de las mallas de aprendizaje han brindado aportes para su realimentación.

A docentes, directivos docentes, representantes de la academia que participaron en los diferentes escenarios de socialización de las Mallas de aprendizaje.

# INTRODUCCIÓN GENERAL

## Matemáticas - Grado 4°

**Se espera que los estudiantes lleguen a grado cuarto con comprensiones sobre:**

- ✓ La recolección, organización, representación y análisis de datos, así como el trabajo con **variables cualitativas** ordinales, identificar la posibilidad de ocurrencia de eventos simples y su cuantificación en una escala cualitativa.
- ✓ La numeración más allá de 10.000 y las propiedades del sistema de numeración. El uso de **descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo** y el trabajo con los algoritmos estandarizados de las operaciones.

La resolución de problemas de suma, resta (además del tipo de problemas que se vienen trabajando desde grado segundo, se enfatizan los de relaciones inversas y problemas compuestos de dos etapas), multiplicación y división (con mayor énfasis en problemas multiplicativos).

La descripción de situaciones de variación y otras que suponen el uso de cantidades no conocidas.

- ✓ Medición de áreas y perímetros de figuras planas, particularmente cuadriláteros, mediante procedimientos geométricos, como recubrir o descomponer. Estimación y medición de **magnitudes** como capacidad, volumen, área y tiempo en la resolución de problemas. Descripción de formas bidimensionales y tridimensionales, nombrando sus elementos y comparando sus propiedades; también, la resolución de problemas relacionados con la posición y transformaciones de formas geométricas.

**Durante grado cuarto, se espera que los estudiantes:**

- ✓ Tengan experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cuando se refieren a **variables cualitativas**, así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. Diferencien **situaciones determinísticas de situaciones aleatorias**.
- ✓ Consoliden sus comprensiones sobre el carácter decimal y posicional del sistema de numeración y manejen comprensivamente los algoritmos estandarizados de la multiplicación y división. Continúen con el trabajo de los números naturales y amplíen los significados de la **fracción** (en particular como razón y como cociente) y los comuniquen a partir del uso de las representaciones fraccionaria y decimal, en correspondencia con los contextos involucrados.

Describan fenómenos de variación entre dos **magnitudes** mediante representaciones tabulares y gráficas.

Identifiquen regularidades en diferentes secuencias (aditivas o multiplicativas), expresando dichas regularidades a partir de expresiones aritméticas.

- ✓ Identifiquen, caractericen y comparen **atributos medibles** como densidad, rapidez, temperatura, entre otros. Elija **instrumentos y unidades** para medir y estimar **magnitudes** como capacidad, peso, longitud, área, volumen, entre otras.

Describan y representen, en dos o tres dimensiones objetos. Establezcan relaciones entre sus elementos (lados y ángulos en las figuras planas, y caras, aristas y vértices en los cuerpos geométricos). Identifiquen **transformaciones en el plano** (rotación, traslación, simetría, homotecia) realizadas a figuras planas.



# PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

ÁREA DE MATEMÁTICAS

## Pensamiento Aleatorio

### GRADO 3°

Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras o pictogramas con escala para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

### GRADO 4°

**DBA  
10**

**Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas para responder una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Elabora** encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder una pregunta.
- **Construye** tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala.
- **Lee e interpreta** los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala.
- **Encuentra e interpreta** la moda y el rango del conjunto de datos y los usa para describir el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas.

### GRADO 5°

Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.

Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).

**DBA  
11**

**Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Reconoce** situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- **Enuncia** diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.
- **Usa** adecuadamente expresiones como azar o posibilidad, aleatoriedad, determinístico.
- **Anticipa** los posibles resultados de una situación aleatoria.

Utiliza las medidas de tendencia central para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.



## Pensamiento Numérico

GRADO 3°	GRADO 4°	GRADO 5°
<p>Interpreta, formula y resuelve problemas en diferentes contextos, tanto aditivos de composición, transformación y comparación; como multiplicativos directos e inversos.</p>	<p><b>DBA 1</b> <b>Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Describe</b> situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.</li> <li>● <b>Reconoce</b> situaciones en las que dos cantidades covarían y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas se presenta a partir de los cambios de la otra y determina la razón entre ellas.</li> </ul>	<p>Interpreta y utiliza los números naturales y las fracciones en su representación fraccionaria y decimal para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.</p>
<p>Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.</p>	<p><b>DBA 2</b> <b>Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Utiliza</b> el sistema de numeración decimal para representar, comparar y operar con números mayores o iguales que 10.000.</li> <li>● <b>Describe y desarrolla</b> estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas.</li> <li>● <b>Utiliza y justifica</b> algoritmos estandarizados y no estandarizados para realizar operaciones aditivas con representaciones decimales provenientes de fraccionarios cuyas expresiones tienen denominador 10, 100, etc.</li> <li>● <b>Identifica y construye</b> fracciones equivalentes a una fracción dada.</li> <li>● <b>Propone</b> estrategias para calcular sumas y restas de algunos fraccionarios.</li> </ul>	<p>Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.</p>



## Pensamiento Numérico

### GRADO 3°

Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.

### GRADO 4°

**DBA  
3**

**Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Construye y utiliza** diferentes representaciones para comparar números racionales (como fracción o decimales).
- **Establece, utiliza y explica** criterios para comparar fracciones y decimales.
- **Construye y compara** expresiones numéricas que contienen decimales y fracciones.

### GRADO 5°

Compara y ordena fracciones (en sus representaciones fraccionaria y decimal) a través de diversas interpretaciones y representaciones.

## Pensamiento Variacional

GRADO 3°	GRADO 4°	GRADO 5°
<p>Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.</p>	<p><b>DBA 8</b> <b>Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Realiza</b> cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas para interpretar las relaciones de variación.</li> <li>● <b>Propone</b> patrones de comportamiento numérico.</li> <li>● <b>Halla</b> números desconocidos para dar respuestas a expresiones aritméticas.</li> </ul>	<p>Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.</p>
<p>Argumenta sobre situaciones numéricas, geométricas y enunciados verbales en los que aparecen datos desconocidos para definir sus posibles valores según el contexto.</p>	<p><b>DBA 9</b> <b>Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Comunica</b> en forma verbal y gráfica las regularidades observadas en una secuencia.</li> <li>● <b>Establece</b> diferentes estrategias para calcular los siguientes elementos en una secuencia.</li> <li>● <b>Conjetura y argumenta</b> un valor futuro en una secuencia aritmética o geométrica (por ejemplo, en una secuencia de figuras predecir la posición 10, 20 o 100).</li> </ul>	<p>Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.</p>

## Pensamiento Métrico

### GRADO 3°

Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros).

### GRADO 4°

**DBA  
4**

**Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, peso, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición; y con respecto a las necesidades a las que responden.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Reconoce** que para medir la capacidad y el peso se hacen comparaciones con la capacidad de recipientes de diferentes tamaños y con paquetes de diferentes pesos, respectivamente.
- **Diferencia** los atributos medibles como capacidad, peso, volumen, entre otros, y decide los procedimientos y los instrumentos para solucionar problemas.
- **Identifica** unidades y los instrumentos para medir peso y capacidad, y establece relaciones entre ellos.
- **Describe** procesos para medir capacidades de un recipiente o el peso de un objeto o producto.

### GRADO 5°

Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

**DBA  
5**

**Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.**

#### EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Expresa** una misma medida en diferentes unidades, establece equivalencias entre ellas y toma decisiones de la unidad más conveniente según las necesidades de la situación.
- **Propone** diferentes procedimientos para realizar cálculos (suma y resta de medidas, multiplicación y división de una medida) que aparecen al resolver problemas en diferentes contextos.
- **Emplea** las relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre medidas para resolver diversas situaciones.
- **Propone y explica** procedimientos para lograr mayor precisión en la medición de cantidades de líquidos, peso, entre otros.

Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.

Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

## Pensamiento Espacial

GRADO 3°	GRADO 4°	GRADO 5°
<p>Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.</p>	<p><b>DBA 6</b> <b>Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales, y establece relaciones entre ellas.</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Arma, desarma y crea</b> figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales.</li> <li>● <b>Reconoce</b> entre un conjunto de desarrollos planos, los que corresponden a determinados cuerpos geométricos atendiendo a las relaciones entre la posición de las diferentes caras y aristas.</li> </ul>	<p>Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.</p>
<p>Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.</p>	<p><b>DBA 7</b> <b>Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).</b></p> <p><b>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Aplica</b> movimientos a figuras en el plano.</li> <li>● <b>Diferencia</b> los efectos de la ampliación y la reducción de figuras geométricas.</li> <li>● <b>Argumenta</b> las modificaciones que sufre una figura al ampliarla o reducirla.</li> </ul>	<p>Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.</p>

## CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

# Sobre el Pensamiento aleatorio

---

Para este grado, los problemas propuestos involucran la comparación de dos o más **variables cualitativas** de una misma **población** o de una variable en dos poblaciones diferentes. P. ej., una pregunta estadística puede ser: ¿es necesario que el colegio proponga actividades y servicios diferenciados para los estudiantes de primaria y secundaria?

Debido a que se desarrollan estudios censales, es importante que los estudiantes identifiquen la **población** y propongan, para la recolección de la información, encuestas que incluyan varias preguntas abiertas o cerradas. P. ej., se pueden incluir preguntas para indagar por las diferencias, de preferencias, deportes, películas, lecturas, entretenimientos, uso del tiempo libre o por el grado de satisfacción o la frecuencia de uso de algún servicio (la calidad de los alimentos que se dan en el refrigerio (buena, regular, mala) o la frecuencia de uso de los servicios de enfermería (nunca, una vez a la semana, una vez al mes) entre los estudiantes de básica primaria y básica secundaria.

La recolección de la información estará orientada por discusiones que giran alrededor de preguntas, dirigidas a decidir. P. ej., ¿cómo se va a encontrar la información que se necesita?, ¿dónde debe buscarse dicha información?, ¿qué se hará con la información recopilada? Estas preguntas permiten:

- Orientar la formulación del plan.
- Reconocer qué comprensiones han logrado los estudiantes frente a la construcción de un plan dentro del **ciclo investigativo**.
- Tener información sobre cómo plantean preguntas para una encuesta. (DBA 10)

Los estudiantes recolectan datos mediante encuestas o experimentos simples. Reconocen las formas y la variación en los gráficos de barras compuestos o en los gráficos de líneas y diversos **pictogramas** o gráficos circulares; analizan las diferencias entre las variables en estudio y pueden escribir informes en los que plantean conclusiones con base en el análisis de

patrones o tendencias. Leen, comprenden y cuestionan estudios estadísticos presentados en los medios de comunicación y rebaten algunos de los procesos de recolección o el uso de algunas representaciones, cuando sea el caso. Reconocen la moda (valor con mayor frecuencia) como una medida que se usa para comparar los subconjuntos de una **población** o dos poblaciones diferentes. (DBA 10)

Diferencian **situaciones determinísticas de situaciones aleatorias**, usando como argumento la posibilidad de definir, con certeza o no, los resultados antes de que se produzca el evento o suceso. P. ej., en situaciones en las que se les pregunta por la posibilidad de saber qué día sigue al lunes, responden con certeza que es el martes. Pero ante situaciones como saber los resultados de un partido de fútbol que se jugará mañana, contestan que aunque pueden decirse algunos de los posibles resultados solo se sabrá cuando haya terminado el juego. Realizan experimentos simples con dados, ruletas u otros juegos de azar. (DBA 11)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

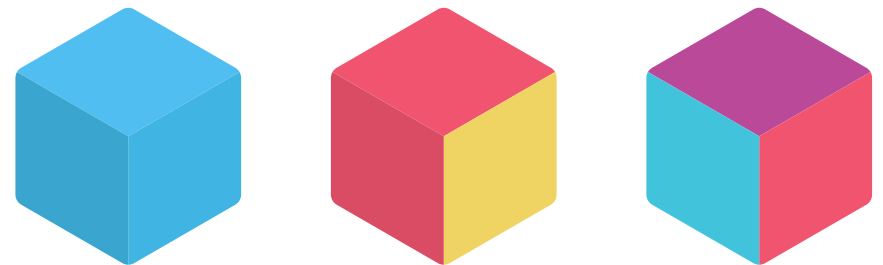
- A** Comparen dos **poblaciones** respecto a una o dos características específicas, p. ej., comparar los hábitos de lectura entre los estudiantes de dos cursos diferentes, o las personas de dos barrios distintos, entre otros, y establecen las diferencias o semejanzas entre ellas de acuerdo con las características analizadas.
- B** Analicen información presentada en noticias, informes, reportes de juegos, entre otros, para lo cual valoran la pertinencia de las representaciones utilizadas, del plan de recolección de información o las conclusiones presentadas.



- C** Argumenten diferencias entre **situaciones determinísticas y aleatorias**. Para ello, puede recurrirse a la experiencia que los estudiantes tienen con catástrofes climáticas, enfermedades que se propagan, entre otras, que son explicadas en los entornos cotidianos como sucesos debidos a lo incontrolable, lo inesperado o lo inexplicable.




Una situación que permite diferenciar entre situaciones determinísticas y aleatorias es:

Se llevan tres dados al aula: el primero tiene todas sus caras pintadas de color azul; el segundo, cuatro caras pintadas de color rojo y dos caras de color amarillo y el tercero, seis caras pintadas, cada una, de diferente color (amarillo, rojo, verde, azul, blanco, morado).





Se plantean tres experimentos:

- Experimento 1: lanzar 10 veces el primer dado y registrar el resultado.  

- Experimento 2: lanzar 10 veces el segundo dado y registrar el resultado.  

- Experimento 3: lanzar 10 veces el tercer dado y registrar el resultado.  


Discuta con los estudiantes sobre las diferentes posibilidades que pueden conseguirse al lanzar cada uno de los dados.

El primer experimento es determinístico, porque solamente existe un resultado posible: obtener cara azul. Los experimentos dos y tres son aleatorios, pues no puede predecirse el resultado debido a que existen varias posibilidades.

Puede afirmarse para el experimento 2 que la posibilidad de que salga rojo es mayor a que salga azul. También es correcto afirmar que en el experimento 3 es igualmente posible que salga cualquier color.



Monitoree las conversaciones de los estudiantes en el trabajo en grupo, identifique la manera en que acuerdan registrar la información del experimento con los dados, las ideas que argumentan sobre cuál fenómeno es determinístico, cuál es aleatorio y por qué, además de las estrategias que usan para resolver la situación y las preguntas realizadas. Si confirma que los estudiantes aún no hacen las diferencias propuestas proponga situaciones de la vida cotidiana, p. ej., preguntar si es posible conocer de antemano si van a ganar el próximo juego o si pueden conocer cuál será el próximo veedor o personero del colegio.

## CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

# Sobre los Pensamientos numérico y variacional

---

La comprensión del valor posicional requiere extender la composición multiplicativa de dos unidades contiguas p. ej.:

- entender que 1 centena son 100 unidades, o 1 centena son 10 decenas y 1 decena son 10 unidades. Es decir, 1 centena equivale a  $10 \times 10$  unidades.
- comprender que 1 unidad de mil equivale a  $10 \times 10 \times 10 = 1.000$  unidades, (porque 1 unidad de mil son 10 centenas, 1 centena son 10 decenas y 1 decena son 10 unidades).

Estos hechos se relacionan con equivalencias en el **Sistema Métrico Decimal** (p. ej., 1 decámetro son 1.000 centímetros, es decir,  $10 \times 10 \times 10 = 1.000$ ). Al comienzo estas composiciones sucesivas no son fáciles para los estudiantes, por eso hay que apoyarlos en la comprensión de las equivalencias entre las diferentes unidades y las exprese a partir de las respectivas composiciones multiplicativas:  $100 = 10 \times 10 = 100 \times 1$ ,  $1.000 = 10 \times 100 = 10 \times (10 \times 10)$  y así sucesivamente. (DBA 2)

En la **resolución de problemas por descomposición en etapas** (tres o más etapas) que involucran las operaciones aritméticas básicas, además de los **pensamientos aditivo y multiplicativo** que se han ido consolidando, requieren fortalecer para ganar experiencia y utilizar métodos más sistemáticos de resolución.

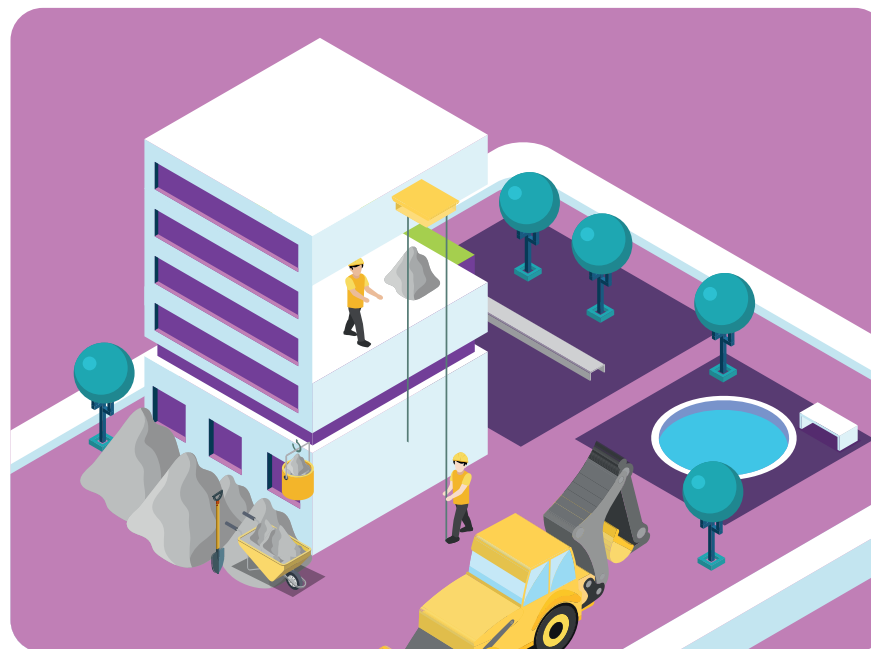
Estos métodos no se aprenden como simples pasos a seguir, más bien, se construyen con la experiencia, por eso es importante promover diálogo entre los estudiantes sobre los diferentes caminos que siguen al resolver problemas, apoyarlos para que identifiquen semejanzas y diferencias, y orientarlos para considerar los procedimientos de otros. (DBA 2)

Interpretar los **fraccionarios** como **razón** es más que transformar la escritura  $a : b$  en la fracción  $\frac{a}{b}$  ya que esto supone la comprensión de las relaciones multiplicativas asociadas a la razón  $a : b$  (p. ej., la expresión “En una caja, por cada 3 mangos maduros hay 5 biches” se puede expresar por la fracción  $\frac{3}{5}$ , o indicar que la cantidad de mangos maduros corresponde a  $\frac{3}{5}$  de la cantidad de mangos biches. También se puede decir que la razón entre la cantidad de mangos maduros y biches es 3 a 5) (DBA 1).

La equivalencia entre fraccionarios no se reduce a la aplicación de un procedimiento para comprobarla o para generar fracciones equivalentes (simplificar y amplificar), por lo que conviene orientar a los estudiantes en la comprensión del sentido de la **equivalencia** entre dos o más fracciones como expresiones diferentes de la misma razón entre las cantidades comparadas, cuando se cambia la fracción unitaria  $\frac{1}{n}$  con que se mide. El razonamiento implicado en esta idea es complejo, por eso hay que apoyar a los estudiantes con acciones orientadas a comprender los cambios en la unidad de medida, p. ej., entre dos superficies, el área de una de ellas es  $\frac{3}{4}$  del área de la otra, (ambas se han medido con

la fracción unitaria  $\frac{1}{4}$ ), pero igualmente se puede expresar como  $\frac{6}{8}$  (lo cual significa, que ambas superficies se han medido con la fracción unitaria  $\frac{1}{8}$ , puesto que  $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ , y por tanto  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ). (DBA 2)

Los estudiantes avanzan en el pensamiento variacional cuando en situaciones de variación reconocen, describen y cuantifican cantidades cambiantes, variaciones que pueden representarse en tablas y gráficas. P. ej., para subir la arena, un albañil utiliza el mecanismo de la figura; el albañil hala el lazo hasta poner el balde a la altura del albañil que está en el segundo piso. ¿Qué pasa con la distancia del balde a la polea mientras este sube?, ¿qué pasa cuando baja? (DBA 8)



## Situaciones que promueven el aprendizaje

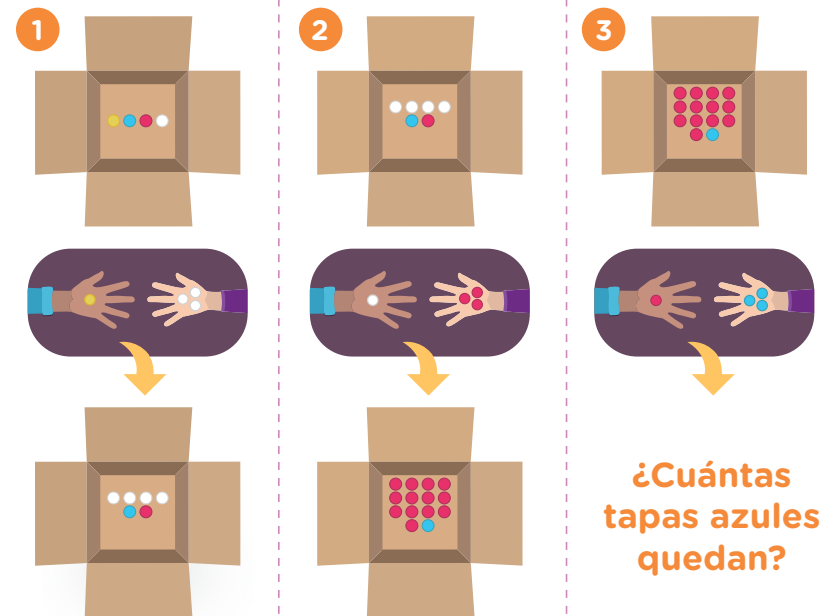
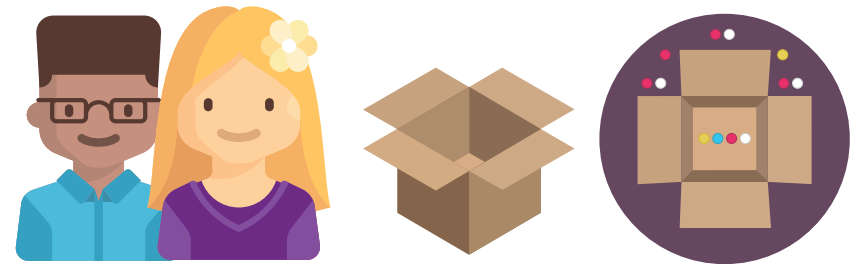
A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

**A** Hagan repartos de dinero con énfasis en cantidades representadas por números con ceros intermedios (p. ej., En una construcción se requiere subir 3.076 ladrillos, desde la base hasta la parte superior, utilizando un sistema de poleas. En cada viaje se pueden subir 20 ladrillos, ¿cuántos viajes se deben realizar?).

**B** Realicen juegos que supongan cambios sucesivos entre diferentes unidades. P. ej., por grupos y desde cierta distancia se lanzan 12 tapas de colores diferentes (p. ej., 2 amarillas, 4 blancas, 5 rojas y 1 azul) para intentar meterlas en una caja. Las tapas de color amarillo, blanco, rojo y azul que queden dentro de la caja se cambian según las siguientes reglas:

- Cada tapa de color amarillo se cambia por 3 de color blanco (puede ser otro valor que se convenga).
- Las tapas de color blanco por 3 de color rojo y las rojas por 3 de color azul.
- El valor del cambio se mantiene de un color a otro hasta que no se convenga otro.

- Las tapas a fuera de la caja no se tienen en cuenta.
- El ganador es aquel que al hacer los cambios obtenga más tapas de color azul.



Asegúrese de construir, en conjunto con sus estudiantes, las reglas del juego que se consideren necesarias para el buen desarrollo de la actividad. Contemple aspectos como: respetar los turnos, reconocer que a veces se gana y a veces se pierde, el nivel de ruido en el aula, las palabras que se usan, entre otros, que favorezcan un ambiente de aprendizaje adecuado.



Este juego da lugar a preguntas como:

- ¿Cuántas tapas azules se obtienen con 2 amarillas, 4 blancas, 5 rojas y 3 azules, si los cambios entre tapas se hacen de 4 en 4?
- ¿Cuántas tapas de cada color se tenían si después de hacer los cambios se obtuvieron 27 tapas azules y estos se efectuaron de 2 en 2? Explorar si hay varias soluciones.

Una variante del juego puede ser que las tapas que queden por fuera de la caja se cambien por sus respectivos valores y su equivalencia final en tapas azules se reste de la cantidad total de las tapas azules que se pueden conseguir si todas quedan dentro de la caja.

- Se puede realizar cambios sucesivos entre diferentes unidades de un sistema de medida, al establecer analogías relativas a problemas con expresiones compuestas de medidas de longitud, peso o capacidad, (p. ej., expresar 300 metros, 400 decímetros y 500 centímetros como 345 metros).

**C** Lleven a cabo acciones que ayuden a construir sentido de la equivalencia de fraccionarios como:

- Tomar una misma unidad (p. ej., el área de una hoja de papel o cierta cantidad de agua) y verificar que los  $\frac{2}{3}$  de esa cantidad coinciden con  $\frac{4}{6}$ , o con  $\frac{6}{9}$ , y buscar una explicación de tal igualdad.
- Comparar el efecto que se produce sobre un número o una medida cuando se realizan transformaciones equivalentes (p. ej., al multiplicar por 3 y luego dividir por 6, se tiene el mismo efecto que multiplicar por 12 y luego dividir por 24). Se busca que los estudiantes establezcan que en cada caso es la mitad, porque se divide por un número que es el doble del que multiplica. Orientar a los estudiantes para que den explicaciones.



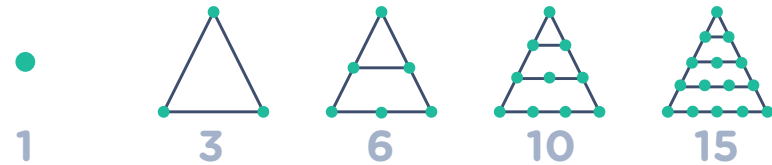
Oriente a los estudiantes que tengan dificultad para anticipar el efecto final sobre un número o cantidad producido por una multiplicación (p. ej., multiplicar por 4) seguida de una división (p. ej., dividir por 12). Para ello ilustre la situación con piolas, hojas o colecciones de tapas; pídale que apliquen a estos objetos los dos operadores, uno después del otro, y comparen el resultado final con lo inicial, y oriéntelos para que puedan entender el efecto resultante (finalmente se divide por 3) luego de aplicar los dos operadores.

**D** Aborden situaciones de preparación de recetas (lo ideal es prepararlas). Se formulan preguntas como ¿qué cantidad de ingredientes se requiere?, ¿cuánto dinero se necesita?, ¿cuánto debe aportar cada uno? También puede pedirse que llenen tablas en las que haya variaciones por el número de personas y los ingredientes de la receta, de tal manera que tenga la misma concentración y el mismo sabor.

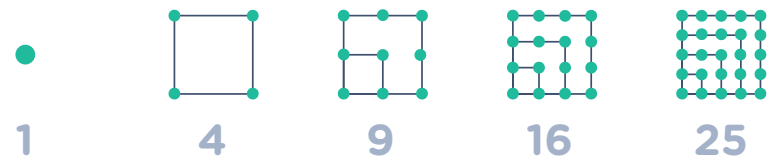
**E** Representen los números a partir de figuras geométricas. Por ejemplo, representar cada número por triángulos, (como los que se muestran en la primera fila de la siguiente figura). Se puede preguntar por los números que se pueden representar de esa forma y cuáles no. También pueden analizarse las regularidades aritméticas que permiten identificar los números que se dejan representar por arreglos triangulares. Análisis similares pueden proponerse para los otros tipos de arreglos mostrados en la figura.

## NÚMEROS POLIGONALES

### Triangulares



### Cuadrados



### Pentagonales



### Hexagonales



## CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

# Sobre los Pensamientos métrico y espacial

---

El conocimiento de las **magnitudes** y sus características, de las **unidades** y los **instrumentos** adecuados para medirlas son un recurso que permite explorar el mundo y tomar decisiones en contextos específicos. Las situaciones para experimentar con magnitudes como la dureza (una piedra y un vaso de cristal), la maleabilidad (el oro y la madera), entre otras, sirven como pretexto para que se relacionen algunas de estas con sus usos en el arte, la arquitectura, la culinaria, entre otras, y se conozcan nuevos instrumentos y unidades (estandarizados y no estandarizados) pertinentes para realizar ciertas medidas. (DBA 4 y 5)



Las medidas estandarizadas son utilizadas en gran variedad de contextos que son familiares para el estudiante. Leer las cantidades de los ingredientes para hacer recetas, comprender la información de los empaques de los comestibles, los artículos de aseo o sobre las características de un celular son contextos para conocer el significado de cada una de las **unidades** utilizadas (kilogramos, cucharadas, calorías,  $\text{cm}^3$ , bits, entre otras). Es importante enfatizar las características y los usos de las **unidades estandarizadas** y las equivalencias entre ellas. También es pertinente analizar con los estudiantes algunas unidades de medida e instrumentos de uso local (si los hay), poniendo en correspondencia estos sistemas de medida con los universalmente aceptados. (DBA 5)

El uso de **instrumentos** de medida, como la regla graduada, el compás y el transportador, así como el de recursos, como el geoplano, el papel cuadriculado, los programas de geometría dinámica u otros como editores de imagen, es importante tanto para realizar representaciones o reproducciones de las formas planas o de los cuerpos geométricos y sus **desarrollos en el plano** como para la representación de la localización de personas u objetos en un plano cartesiano y la introducción de ángulos y la medida de su amplitud angular con unidades estandarizadas. (DBA 5 y 6).

En los grados anteriores, el trabajo con las formas y sus elementos ha privilegiado una mirada cualitativa. Ahora bien, introducir la medida y la transformación de las formas en el plano requiere que se centre la atención en cómo varían o permanecen constantes las medidas de algunos elementos después de que se trasladan, se rotan, se reflejan se amplían o reducen. P. ej., al rotar un paralelogramo, se conservan la longitud de los lados, de las diagonales, de las alturas, la medida de los ángulos, el perímetro, el área, las relaciones de paralelismo, entre otras, y se modifica la posición y la orientación. (DBA 7)

La composición y descomposición de formas, especialmente de aquellas que producen arreglos rectangulares, son una base para el desarrollo de diferentes estrategias para encontrar el área o el volumen de diversas figuras. P. ej., para calcular el área de una figura en forma de L, se descompone en rectángulos y estos, a su vez, en unidades cuadradas. La experiencia con varios **tipos de problemas multiplicativos** (en este caso **arreglos rectangulares**) les permite encontrar el área de la forma rectangular como el producto de la longitud de los lados. El cálculo del volumen de sólidos se desarrolla de manera similar. Es importante enfatizar el tipo de unidades: cuadradas o cúbicas. (DBA 6)

## Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Indaguen y solucionen preguntas como ¿cuáles son las dimensiones (tamaño) de un objeto o conjunto de objetos?, ¿cómo cambian ciertos atributos como consecuencia de transformaciones en el plano?, ¿cómo se pueden descomponer o recomponer figuras en dos dimensiones?, ¿cuál es la localización de ciertos objetos? o ¿cuál es la duración de cierto evento?
- B** Identifiquen propiedades de figuras y cuerpos geométricos, según sus lados o forma de sus caras, para construir cuerpos geométricos a partir de representaciones bidimensionales (vistas de un sólido geométrico) o de los desarrollos en el plano (plantillas).
- C** Comparen las medidas de figuras y cuerpos geométricos para construir nuevas formas en las que se conserven las medidas originales, se amplíen o reduzcan según el factor escalar definido. P. ej., ampliar o reducir un dibujo a través de una cuadrícula.

- D** Realicen, representen y predigan resultados de las **transformaciones en el plano** de figuras (rotación, traslación o simetría) e identifiquen los efectos que se producen sobre una figura cuando se le aplican algunas transformaciones (cambia o no la forma, el tamaño, la posición y la dirección).

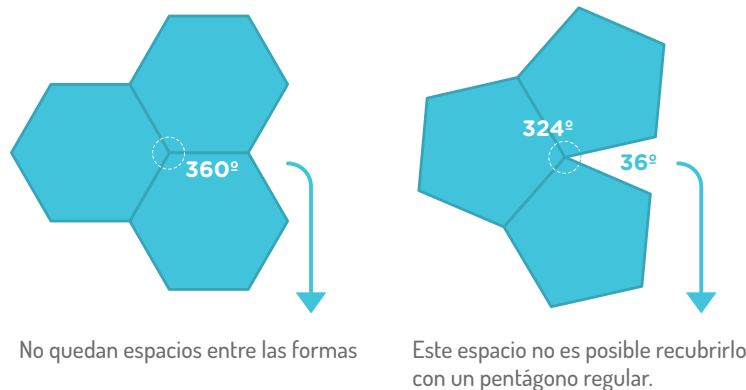
En [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf), se pueden consultar situaciones que involucren tanto las características de las figuras como el estudio de los movimientos en el plano interrelacionados con aspectos numéricos y métricos, puntualmente, la ampliación de las piezas de un juego para niños.

- E** Experimenten con objetos, materiales y sustancias de su entorno para identificar y comparar, de forma aproximada y mediante procedimientos basados en la simple percepción y sensación (más que o menos que), **atributos medibles** como la rapidez, la temperatura, la dureza, entre otros.
- F** Utilicen procesos de medición directa o indirecta, o **instrumentos** estandarizados (como cintas métricas, recipientes graduados en litros, grameras, balanzas, entre otros) o no estandarizados (cuerdas, palos, recipientes, entre otros), para comparar atributos medibles de un mismo objeto o de objetos

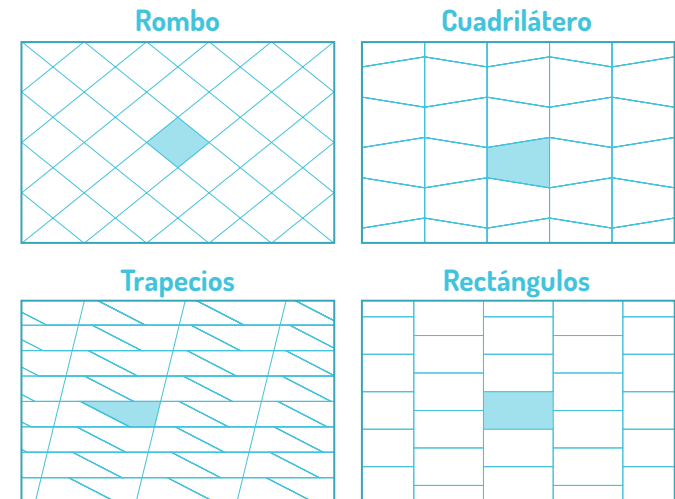
diferentes. Además, que se identifiquen múltiplos y submúltiplos de algunas unidades de medida para iniciar la comprensión del **Sistema Métrico Decimal**.

- G** Elaborar **teselados** es una situación que permite analizar diferentes aspectos geométricos. Con un pliego de cartulina y formas geométricas diferentes (de papel), proponga su construcción, considerando con cuáles figuras es posible realizarlo según las propiedades de las formas (lados paralelos, lados de la misma medida, igual medida de ángulos, relaciones de inclusión y clasificación de polígonos).

Algunas conclusiones esperadas se relacionan con la identificación de **teselaciones regulares**, en las que la figura elegida cubre completamente el plano, y de **teselaciones semirregulares**, en las que se emplean más de un tipo de figuras de polígonos. De acuerdo con la comprensión de medida angular de los estudiantes, es posible concluir que en las teselaciones se cumple que la suma de las medidas de los ángulos alrededor de un punto es de  $360^\circ$  (p. ej., un pentágono regular no lo tesela).



Es posible aumentar el nivel de complejidad con situaciones como: para decorar una habitación se propone colocar baldosas al piso de manera que se represente un teselado, ¿qué estilo prefieren?, ¿cómo organizarían las baldosas en el diseño?, ¿cómo hacen los cálculos para saber cuántas baldosas necesitan?, ¿se puede diseñar un tipo diferente de baldosas?, ¿esto qué implicaría para el diseño de la baldosa?



Valore las teselaciones de los estudiantes considerando la precisión en los cálculos, el empleo adecuado de herramientas, la indagación por otras posibles teselaciones y los criterios empleados (p. ej., amplitud de los ángulos) para elegir o descartar determinadas figuras a la hora de realizar la teselación.

# APÉNDICE

## Matemáticas - Grado 4°

### ■ *Atributos medibles*

Los objetos y los eventos tienen características que pueden medirse (a un pedazo de palo de escoba o una cinta se le puede medir su largo, su peso; a una carrera de atletismo, su duración). No en todos los objetos o eventos tiene sentido medir los mismos atributos (p. ej., en un cordón de zapato tiene sentido medir su longitud, pero no su capacidad o el tiempo).

### ■ *Ciclo investigativo*

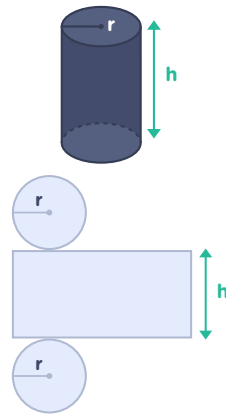
Es un enfoque didáctico utilizado en estadística basado en la resolución de problemas.



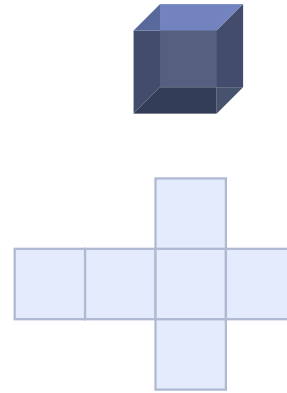
El ciclo incluye el planteamiento de un problema, que se refiere a la comprensión del sistema dinámico y al establecimiento de una pregunta; un plan, que involucra los procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio; los datos, que se relacionan con el proceso de recopilación de información; el análisis, que implica los procedimientos y herramientas con los que se trata la información, y las conclusiones, que comprenden las declaraciones de cómo se han interpretado los datos, qué se ha aprendido y cómo se ha respondido a la pregunta de investigación. Cada fase incluye sus propios problemas para ser comprendidos y abordados. Las fases están interrelacionadas y en ocasiones es necesario regresarse a fases previas para hacer ajustes y poder continuar, dando la idea de un ciclo (Zapata, 2014, p. 53).

### Desarrollos en el plano

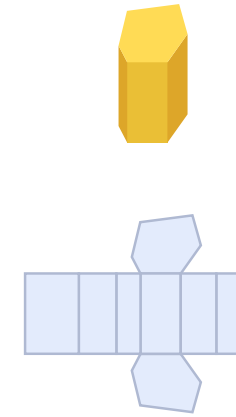
Representación plana de la superficie de sus caras. Algunos cuerpos geométricos y sus desarrollos planos son:



Cilindro



Cubo



Prisma hexagonal no regular

### Descomposiciones de tipo aditivo y aditivo-multiplicativo

Las relaciones entre las formas de escribir los números con cifras (p. ej., 354) y la forma de leerlos (trescientos cincuenta y cuatro) intervienen en la comprensión de las propiedades del sistema de numeración decimal.

#### Descomposición aditiva

$$354 = 300 + 50 + 4$$

Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**

- 300 y 400 son **700**
- 50 y 70 son **120**
- 4 y 6 son **10**

700 y 120 son **820**;

820 y 10 son **830**

#### Descomposición aditivo-multiplicativa

**354** equivale a “3 de 100” más “5 de 10” más 4

Trescientos cincuenta y cuatro

Una posible forma de sumar **354 + 476**

- “3 de 100 y 4 de 100 son **7 de 100**” (**700**)
- “5 de 10 y 7 de 10 son 12 de 10 que puede ser entendido como **1 de 100 y 2 de 10** o como **120**”
- “4 y 6 son 10” (**1 de 10**)

**Suma de los de 100:** 7 y 1 son 8, 8 de 100 son **800**

**Suma de los de 10:** 2 y 1 son 3, 3 de 10 son **30**

**Resultado: 830**

■ **Fracciones y algunos de sus significados**

Como parte y todo	Como operador	Como razón	Como cociente
La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?	La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?	Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a $\frac{1}{500}$ las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?	8 niños van a repartirse 5 chocolatinas. Si todos quieren comer la misma cantidad de chocolatina, ¿cuánto le corresponde a cada niño?

■ **Magnitud**

A los atributos medibles se les llama magnitudes (longitud, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, entre otros).

■ **Patrones, unidades e instrumentos de medida**

Una unidad de medida se denomina convencional cuando su uso ha sido acordado y reconocido por una comunidad; por ejemplo el uso de algunas medidas agrícolas en el campo o en la antigüedad, como un puñado (peso) o un gеме (longitud).



**Geme**

El intercambio de productos exige que se establezcan convenciones entre grupos más amplios. Así se hace necesario realizar procesos de estandarización sobre las unidades de medida con patrones (como el metro), los procedimientos de medición (para medir el largo de un palo se toma el gema como unidad y se cuenta cuántas veces “cabe” a lo largo o se toma una cinta métrica y se cubre su longitud) y los instrumentos (para medir la temperatura, el termómetro).

### ■ **Pensamiento aditivo**

Hace referencia a las comprensiones y habilidades que los estudiantes van adquiriendo para enfrentar con éxito situaciones que tienen que ver con las operaciones de suma y resta.

### ■ **Pensamiento multiplicativo**

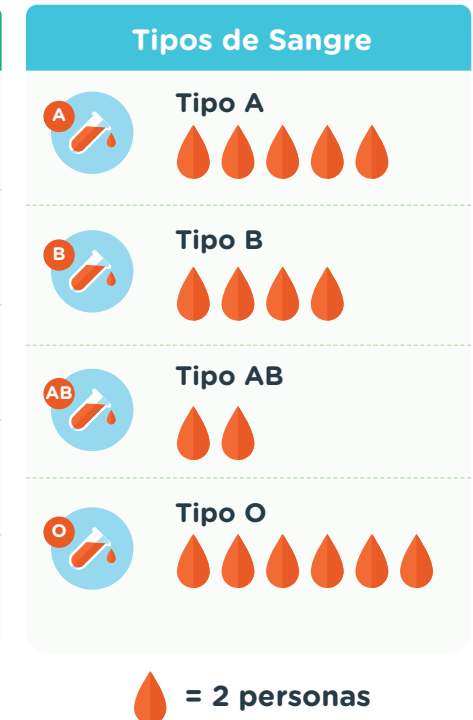
Hace referencia a las comprensiones y habilidades que los estudiantes van desarrollando para enfrentar con éxito situaciones que tienen que ver con las operaciones de multiplicación o división.

### ■ **Pictograma**

Tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades.

**Sin escala:** cada símbolo o dibujo representa un dato.

**Con escala:** cada símbolo o dibujo representa un valor fijo diferente a 1.



### ■ **Población**

Conjunto total de objetos, individuos o fenómenos sobre las que se realiza el estudio estadístico. Cada uno de ellos recibe el nombre de elemento de la población.



■ **Problemas directos e inversos**

Un problema aditivo se modela mediante la igualdad  $a + b = c$ , si el valor desconocido es  $c$  ( $a + b = ?$ ) es directo, si uno de los valores desconocidos es  $a$  o  $b$ , el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante  $a \times b = c$ .

Problemas directos	Problemas inversos
<p><b><math>a + b = ?</math></b></p> <p>Alberto tiene \$ 3.450 y recibe \$ 2.400 que le regala su papá. ¿Cuánto dinero completa? (<math>3.450 + 2.400 = ?</math>)</p>	<p><b><math>? + b = c</math></b></p> <p>Alberto recibe \$ 2.400 que le regala su papá. si en total tiene \$ 5.850, ¿cuánto dinero tenía inicialmente? (<math>? + 2.400 = 5.850</math>)</p> <p><b><math>a + ? = c</math></b></p> <p>Alberto tiene \$ 3.450, con el dinero que le regala su papá completó \$ 5.850, ¿cuánto dinero recibió de su papá? (<math>3.450 + ? = 5.850</math>)</p>
<p><b><math>a \times b = ?</math></b></p> <p>Un resorte mide 56 cm cuando no está estirado. ¿Qué longitud alcanza cuando se estira 3 veces su longitud? (<math>56 \times 3 = ?</math>)</p>	<p><b><math>? \times b = c</math></b></p> <p>Al estirar un resorte 3 veces su longitud este alcanza 168 cm. ¿Qué longitud tiene el resorte cuando no está estirado? (<math>? \times 3 = 168</math>)</p> <p><b><math>a \times ? = c</math></b></p> <p>Un resorte mide 56 cm y después de estirado alcanza 168 cm. ¿Cuántas veces es la longitud del resorte estirado comparada con la longitud cuando no está estirado? (<math>56 \times ? = 168</math>)</p>

■ **Resolución de un problema por descomposición en etapas**

Cuando un problema es de varias etapas un método es descomponerlo en una secuencia de otros más simples. P. ej.

Producto	Precio
 1 libra de arroz	\$1.800
 1 libra de frijol	\$4.500
 1 frasco de aceite	\$3.200
 1 panela	\$1.200

Pedro compró varias libras de arroz y 5 panelas, pagó con un billete de \$ 50.000 y le devolvieron \$ 29.600, ¿cuántas libras de arroz compró? Este problema supone varias etapas. Una posible forma de resolverlo podría ser:

- Primera etapa: preguntarse cuánto pagó Pedro (valor del billete con el que pagó menos lo que le sobró).

- Segunda etapa: preguntarse cuánto pagó por las panelas (número de panelas compradas por el valor de cada una).
- Tercera etapa: preguntarse por el total pagado por el arroz (total pagado menos lo que pagó por las panelas).
- Cuarta etapa: preguntarse por el número de libras de arroz compradas (lo pagado por el arroz dividido entre el valor de la libra de arroz).

Es posible que los estudiantes de este grado no procedan sistemáticamente y su proceso de resolución no permita reconstruir el el paso a paso, quizá sean más intuitivos y hagan procesos de resolución simultáneos.

Una forma de solucionarlo puede ser:

- Considerar que lo pagado por el arroz (A) más lo pagado por la panela (B) es igual al total pagado (T), es decir,  $A + B = T$ .
- Como se desconoce el número de libras de arroz, considerar que el total pagado se obtiene de la resta de los 50.000 con que pagó menos lo que sobró ( $T = 50.000 - 29.600 = 20.400$ ).
- Para determinar lo que paga por el arroz, (total pagado menos el valor de las 5 panelas,  $20.400 - 5 \times 1.200$ ).
- Para establecer el número de libras de arroz que compró, se realiza la división:  $14.400 \div 1.800$  dando así respuesta al problema.

Otra alternativa podría ser establecer que lo pagado por el arroz (A) más lo pagado por la panela (B) más lo recibido de vueltas es igual a \$ 50.000 ( $A + B + 29.600 = 50.000$ ). A partir de esta idea, una vez que se tiene cuánto se pagó por el arroz, se puede encontrar la cantidad de libras compradas.

### Sistemas métricos decimales y lineales

Son sistemas de unidades de medida en las que una unidad superior equivale a 10 veces la unidad inmediatamente inferior (p. ej., 1 centena equivale a 10 decenas, 1 metro equivale a 10 decímetros).

#### Sistemas de notación decimal lineales

**De longitud:** 1 kilómetro equivale a 10 hectómetros, 1 hectómetro equivale a 10 decámetros, ...

**De peso:** 1 kilogramo equivale a 10 hectogramos, 10 hectogramos a 10 decagramos, ...

#### Sistemas de notación decimal no lineal

**De área:** 1 kilómetro cuadrado no equivale a:

- 10 hectómetros cuadrados; equivale a 100 hectómetros cuadrados.
- Un hectómetro cuadrado no equivale a 10 decámetros cuadrados; equivale a 100 decámetros cuadrados.

### Situaciones determinísticas y aleatorias

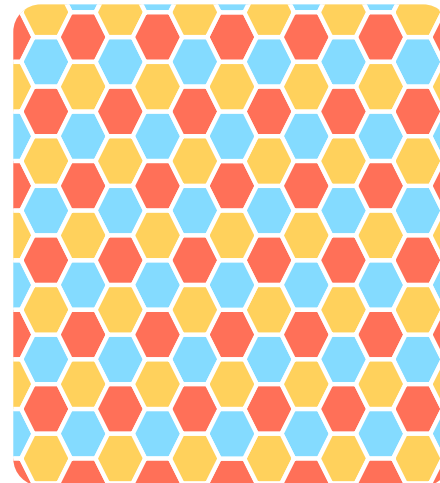
Una situación es determinística si al ocurrir se puede predecir con plena certeza el resultado. Por el contrario, es aleatoria si al ocurrir se tienen varios resultados posibles, por lo que no se puede anticipar con certeza uno en particular, sólo se puede hablar de la mayor o menor probabilidad de su ocurrencia.

### Teselado

Es el recubrimiento de una región plana con un patrón de figuras geométricas, que tiene como característica que no pueden quedar figuras sobrepuestas ni huecos o espacios entre estas.

#### Teselación regular.

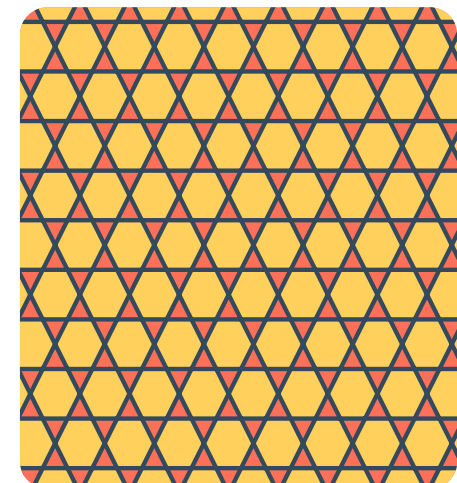
Se repite un mismo polígono regular.



Una pregunta interesante para los estudiantes puede ser, ¿se pueden hacer teselados regulares con triángulos?, ¿con cuadrados?, ¿con cualquier polígono regular?

#### Teselación semirregular

Se utilizan dos o más polígonos regulares. Cada vértice tiene el mismo patrón.



En este caso es interesante identificar las características de los vértices de estos teselados, así como el número de teselados semirregulares que se puede construir.

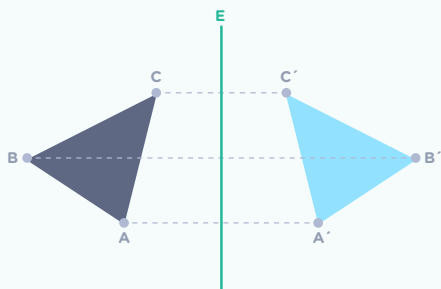
**Tipos de problemas multiplicativos**

Una clasificación de los tipos de problemas multiplicativos es:

De repetición de grupos iguales o sumas repetidas (forma directa)	Arreglos rectangulares (forma directa)	Operadores multiplicativos (forma directa)
<p>En cada caja se empaican 12 esferos, ¿cuántos esferos hay en 4 cajas?</p>	<p>Cuatro amigos (A, B, C, D) juegan a ponerse como disfraz una máscara de animal (león, lobo, cocodrilo). Los cuatro se presentan ante otras personas para que descubran quien se puso cada máscara. ¿Cuántas son todas las combinaciones posibles?</p> <p>Adicionalmente podría pedirse que se describan todas las combinaciones. En casos como este son muy útiles las representaciones con diagramas de árbol.</p>	<p>Un resorte se estira 5 veces su longitud en estado normal. Si la longitud del resorte en estado normal es de 24 cm, ¿cuánto mide estirado?</p>
Sumas repetidas (forma inversa)	Arreglos rectangulares (forma inversa)	Operadores multiplicativos (forma inversa)
<p>En cada caja se empaican 12 esferos, ¿cuántas cajas se necesitan para empacar 48 esferos?</p> <p><math>(12 \times ? = 48)</math></p> <p>Se empaican en 4 cajas 48 esferos, si todas las cajas tienen la misma cantidad, ¿cuántos esferos van en cada caja?</p> <p><math>(? \times 4 = 48)</math></p>	<p>Tres personas se disfrazan de animales, si en total hay 18 formas distintas de presentarse ante un público, ¿de cuántas máscaras disponen?</p> <p>De forma semejante, puede preguntarse por el número de personas.</p>	<p>Un resorte se estira hasta 5 veces su longitud en estado normal. Si estirado mide 120 cm, ¿cuánto mide en condiciones normales?</p> <p>De forma semejante, puede preguntarse por el número de veces que se estira el resorte.</p>

## Transformaciones de figuras en el plano

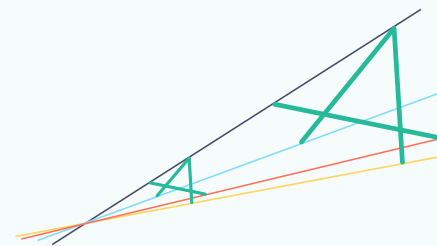
En geometría se hace referencia a una transformación de una figura en el plano cuando se crea una nueva figura a partir de otra.



### Movimientos rígidos

La figura creada conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original, en ese caso las dos figuras son congruentes.

Los movimientos rígidos también se llaman isometrías y pueden ser translaciones, rotaciones o simetrías. Un ejemplo concreto de este tipo de movimientos es la rotación o translación de una figura elaborada en cartulina sobre una superficie.



### Homotecia

La figura creada conserva la medida de los ángulos pero no la de la longitud de los lados, sin embargo estas últimas guardan la misma razón con las del original. En ese caso las dos figuras son semejantes.

Un ejemplo cotidiano de esta transformación es la fotocopia ampliada o reducida de un dibujo o la relación entre un objeto y una fotografía.

## ■ Variables cualitativas

Una variable es cualitativa cuando los elementos de la población sólo pueden clasificarse en categorías no numéricas (nominales u ordinales).

**Nominales:** no admiten un criterio de ordinalidad. P. ej.

### Frutas:



Mora

Uva

Pera

### Mascotas:



Perro

Gato

Canario

**Ordinales:** admite un criterio de ordinalidad. P. ej.

### Puesto conseguido en una prueba deportiva:



Primero

Segundo

Tercero

### Medalla en una prueba deportiva:



Oro

Plata

Bronce