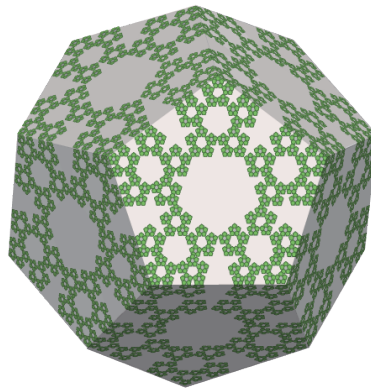


MALLAS DE APRENDIZAJE



MATEMÁTICAS GRADO 5°

Documento para la implementación de los DBA



GOBIERNO DE COLOMBIA



MINEDUCACIÓN

Siempre
Día e



Presidente de la República

Juan Manuel Santos Calderón

Ministra de Educación Nacional

Yaneth Giha Tovar

Viceministra (e) de Educación Preescolar, Básica y Media

Liliana Zapata Bustamante

Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media

Mónica Ramírez Peñuela

Subdirectora de Fomento de Competencias

Camila Gómez Afanador

Subdirector de referentes y evaluación

Diego Fernando Pulecio Herrera

Equipo técnico del Ministerio de Educación Nacional

Ana Camila Medina Pulido

Jorge Castaño García

Yadira Sanabria Mejía

Jenny Andrea Blanco Guerrero

Ricardo Cañón Moreno

Equipo técnico de la Universidad de Antioquia

Gilberto Obando Zapata

Walter Fernando Castro Gordillo

Jhony Alexander Villa Ochoa

Martha Bonilla Estévez

Paula Andrea Rendón Mesa

Mónica Marcela Parra Zapata

Maria Denis Vanegas Vasco

Olga Emilia Botero Hernández

Juan Fernando Molina Toro

Oscar Iván Santafé

Luz Cristina Agudelo Palacio

Sugey Andrea González Sánchez

Agradecimientos

A los asesores internacional y nacional Joaquín Jiménez y Rodolfo Vergel.

A los profesionales del Ministerio de Educación Nacional que hicieron lectura y aportes a los documentos:

Diego Fernando Pulecio Herrera
Dirección de Calidad

Guillermo Andrés Salas Rodríguez
Dirección de Calidad

Juan Pablo Albadan Vargas
Programa Todos a Aprender

Julián Ricardo Gómez
Programa Todos a Aprender

Yerry Londoño Morales
Programa Todos a Aprender

José Antonio Rodríguez Suárez
Programa Todos a Aprender

Jairo Anibal Rey Monroy
Dirección de Calidad

Jefferson Bustos Ortíz
Dirección de Calidad

Mariajosé Otálora Lozano
Programa Todos a Aprender

A los docentes del sector oficial y privado que participaron en las mesas de discusión y aportaron a la construcción de las Mallas de aprendizaje:

Bernardo Recamán Santos
Consultor

Alexander Sarria
Colegio Los Nogales

Amalia Cristina Torres Montiel
Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central

Claudia Galindo Urquijo
Colegio Andino

Omar Fuquen
Colegio Hacienda los Alcaparros

Juan Manuel Galán Suárez
Colegio Tilatá

Zulma León
Colegio Gimnasio los Portales

María Margarita Botero de Mesa
Invitada especial

A formadores, tutores y docentes del Programa Todos a Aprender y Liceos del Ejército, quienes a partir del uso de las mallas de aprendizaje han brindado aportes para su realimentación.

A docentes, directivos docentes, representantes de la academia que participaron en los diferentes escenarios de socialización de las Mallas de aprendizaje.

INTRODUCCIÓN GENERAL

Matemáticas - Grado 5°

Se espera que los estudiantes lleguen a grado quinto con algunas comprensiones sobre:

- ✓ Experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cuando se refieren a **variables cualitativas**, así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. Diferenciación de **situaciones determinísticas** de **situaciones aleatorias**.
- ✓ El carácter decimal y posicional del sistema de numeración y el manejo de los algoritmos estandarizados de la multiplicación y división.

El trabajo de los números naturales y los significados de la **fracción** (en particular como razón y como cociente).

Fenómenos de variación entre dos magnitudes mediante representaciones tabulares y gráficas.

La identificación de regularidades en diferentes secuencias (aditivas o multiplicativas), expresando dichas regularidades a partir de expresiones aritméticas.

- ✓ La Identificación, caracterización y comparación de atributos medibles como densidad, rapidez, temperatura, entre otros. La elección de **instrumentos** y **unidades** para medir y estimar magnitudes como capacidad, peso, longitud, área, volumen, entre otras.

La descripción y representación de objetos en dos o tres dimensiones, las relaciones entre sus elementos (lados y ángulos en las figuras planas, y caras, aristas y vértices en los cuerpos geométricos). La identificación de **transformaciones en el plano** (rotación, traslación, simetría, homotecia) realizadas a figuras planas.

Durante grado quinto se espera que los estudiantes:

- ✓ Formulen y resuelvan preguntas estadísticas con las que comparen los datos al interior de una misma población o entre dos o más poblaciones, expliquen los resultados a partir de la forma de la distribución, medidas de tendencia central, el rango, y algunas causas de la variación de los datos (p. ej., diferencias entre los individuos que conforman la población, imprecisión de las medidas, entre otras). Realicen experimentos aleatorios simples y predigan la probabilidad de ocurrencia de eventos simples.
- ✓ Consoliden sus comprensiones sobre los números naturales y las **fracciones** (en sus representaciones de fraccionario y decimal y sus relaciones con expresiones en porcentajes) con sus operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y relaciones (mayor que, menor que, igual a, ser múltiplo de y ser divisor de). Así mismo, establezcan formas para calcular resultados de operaciones con fraccionarios.

Inicien la comprensión de la potenciación en los números naturales.

Amplíen el estudio de fenómenos de variación, en particular cuando se relacionan con proporcionalidad y utilicen las propiedades de los sistemas de los números naturales y las fracciones para construir procedimientos no convencionales con el fin de resolver ecuaciones sencillas.

- ✓ Realicen procesos de medición y estimación de superficies y volúmenes, y justifiquen relaciones entre ellos. Elijan las **unidades de medida** y los **instrumentos** apropiados según la situación. Amplíen sus comprensiones sobre relaciones entre variaciones de perímetro y área de una figura, de forma que pueda explicarlas y justificarlas.

Describan las características de figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales en el desarrollo de situaciones de composición y descomposición. Describan posiciones y trayectorias mediante el uso del plano cartesiano.

PROGRESIÓN DE APRENDIZAJES

ÁREA DE MATEMÁTICAS

Pensamiento Aleatorio

GRADO 4°

Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas para responder una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.

GRADO 5°

DBA 10

Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Formula** preguntas y elabora encuestas para obtener los datos requeridos e identifica quiénes deben responder.
- **Registra, organiza y presenta** la información recolectada usando tablas, gráficos de barras, gráficos de línea y gráficos circulares.
- **Selecciona** los gráficos teniendo en cuenta el tipo de datos que se va a representar.
- **Interpreta** la información obtenida y produce conclusiones que le permiten comparar dos grupos de datos de una misma población.
- **Escribe** informes sencillos en los que compara la distribución de dos grupos de datos.

GRADO 6°

Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés.

Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

DBA 11

Utiliza las medidas de tendencia central para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Interpreta y encuentra** la media y la mediana en un conjunto de datos usando estrategias gráficas y numéricas.
- **Explica** la información que brinda cada medida en relación con el conjunto de datos.
- **Selecciona** una de las medidas como la más representativa del comportamiento del conjunto de datos estudiado.
- **Argumenta** la selección realizada empleando semejanzas y diferencias entre lo que cada una de las medidas indica.

Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.

Pensamiento Aleatorio

GRADO 4°

Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.

**DBA
12**

Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Reconoce** situaciones aleatorias en contextos cotidianos.
- **Enumera** todos los posibles resultados de un experimento aleatorio simple.
- **Identifica y enumera** los resultados favorables de ocurrencia de un evento simple.
- **Anticipa** la ocurrencia de un evento simple.

GRADO 5°

GRADO 6°

A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas.

Pensamiento Numérico

GRADO 4°

Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.

**DBA
1**

Interpreta y utiliza los números naturales y las fracciones en su representación fraccionaria y decimal para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Interpreta** la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes.
- **Interpreta y utiliza** números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas.
- **Determina** las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.
- **Resuelve** problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).

GRADO 5°

GRADO 6°

Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos).

Pensamiento Numérico

GRADO 4°

Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal.

GRADO 5°

**DBA
2**

Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Utiliza** las propiedades de las operaciones con números naturales y racionales (fraccionarios) para justificar algunas estrategias de cálculo o estimación relacionados con áreas de cuadrados y volúmenes de cubos.
- **Descompone** un número en sus factores primos.
- **Identifica y utiliza** las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.
- **Determina y argumenta** acerca de la validez o no de estrategias para calcular potencias.

GRADO 6°

Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.

Establece relaciones mayor que, menor que, igual que y relaciones multiplicativas entre números racionales en sus formas de fracción o decimal.

**DBA
3**

Compara y ordena fracciones (en sus representaciones fraccionaria y decimal) a través de diversas interpretaciones y representaciones.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Representa** fracciones con la ayuda de la recta numérica.
- **Determina** criterios para ordenar fracciones y expresiones decimales de mayor a menor o viceversa.

Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos.

Pensamiento Variacional

GRADO 4°	GRADO 5°	GRADO 6°
<p>Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y las representa por medio de gráficas.</p>	<p>DBA 8 Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Propone patrones de comportamiento numéricos y patrones de comportamientos gráficos. ● Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta. ● Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas. 	<p>Identifica y analiza propiedades de covariación directa e inversa entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).</p>
<p>Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.</p>	<p>DBA 9 Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Interpreta y opera con operaciones no convencionales. ● Explora y busca propiedades de tales operaciones. ● Compara las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división con las propiedades de las operaciones no convencionales. ● Resuelve ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales. 	<p>Opera sobre números desconocidos y encuentra las operaciones apropiadas al contexto para resolver problemas.</p>

Pensamiento Métrico

GRADO 4°

Caracteriza y compara atributos medibles de los objetos (densidad, dureza, peso, capacidad de los recipientes, temperatura) con respecto a procedimientos, instrumentos y unidades de medición; y con respecto a las necesidades a las que responden.

**DBA
4**

Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Determina** las medidas reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- **Mide** superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).
- **Construye y descompone** figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.
- **Realiza** estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen.

GRADO 6°

Utiliza y explica diferentes estrategias (desarrollo de la forma o plantillas) e instrumentos (regla, compás o software) para la construcción de figuras planas y cuerpos.

**DBA
5**

Explica las relaciones entre el perímetro y el área de diferentes figuras (variaciones en el perímetro no implican variaciones en el área y viceversa) a partir de mediciones, superposición de figuras, cálculo, entre otras.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

- **Compara** diferentes figuras a partir de las medidas de sus lados.
- **Calcula** las medidas de los lados de una figura a partir de su área.
- **Dibuja** figuras planas cuando se dan las medidas de los lados.
- **Propone** estrategias para la solución de problemas relativos a la medida de la superficie de figuras planas.
- **Reconoce** que figuras con áreas diferentes pueden tener el mismo perímetro.
- **Mide** superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).

Elige instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.

Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (ángulos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.) para resolver problemas.

Pensamiento Espacial

GRADO 4°	GRADO 5°	GRADO 6°
<p>Identifica, describe y representa figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales, y establece relaciones entre ellas.</p>	<p>DBA 6 Identifica y describe propiedades que caracterizan un cuerpo en términos de la bidimensionalidad y la tridimensionalidad y resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Relaciona objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos. ● Reconoce relaciones intra e interfigurales. ● Determina las mediciones reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano). ● Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas. ● Utiliza transformaciones a figuras en el plano para describirlas y calcular sus medidas. 	<p>Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados.</p>
<p>Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción).</p>	<p>DBA 7 Resuelve y propone situaciones en las que es necesario describir y localizar la posición y la trayectoria de un objeto con referencia al plano cartesiano.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Localiza puntos en un mapa a partir de coordenadas cartesianas. ● Interpreta los elementos de un sistema de referencia (ejes, cuadrantes, coordenadas). ● Grafica en el plano cartesiano la posición de un objeto considerando los elementos de un sistema de referencia. ● Emplea el plano cartesiano al plantear y resolver situaciones de localización. ● Representa en forma gráfica y simbólica la localización y trayectoria de un objeto. 	<p>Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.</p>

CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

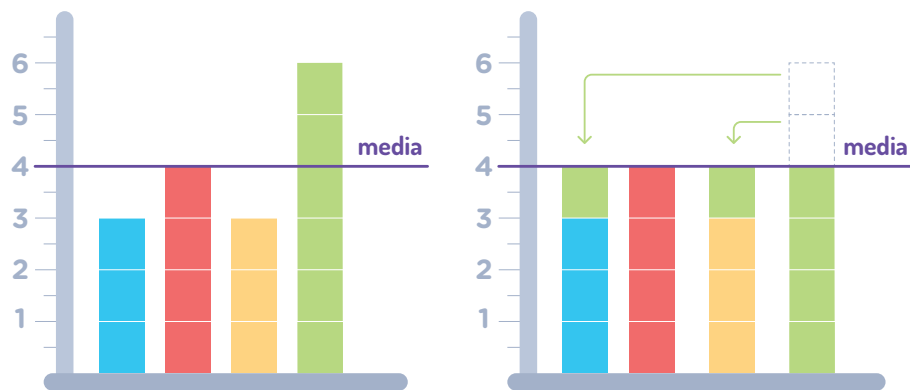
Sobre el Pensamiento aleatorio

En este grado, los datos pueden ser cualitativos o cuantitativos. La recolección de la información puede realizarse a partir de encuestas o estudios experimentales. La organización y presentación de los datos se realiza en tablas de frecuencia, gráficos de barras, gráficos de línea, gráficos circulares o pictogramas según el contexto del problema. Estas representaciones tienen dos funciones:

Comunicar de manera sistemática los datos que se han recolectado para realizar el estudio; en este sentido, cada representación que se obtenga a partir de los datos deberá permitir una mayor comprensión de los mismos. Para que esto ocurra, las representaciones que se construyan deben resumir los datos sin perder su totalidad.

Visibilizar las tendencias o patrones de la distribución. La selección del tipo de gráfico empleado para representar los datos debe corresponder con el comportamiento que quiere mostrarse según el tipo de estudio que se realiza.

El análisis de los resultados incluye el cálculo de medidas representativas del comportamiento de los datos, como son las medidas de tendencia central y el rango. Es importante utilizar estrategias, aproximar el valor de estas medidas sin recurrir exclusivamente al cálculo numérico, p. ej., en un diagrama de barras, los estudiantes pueden hacer compensaciones entre las barras para encontrar la media (quitar a las barras más altas y agregar a las más pequeñas para buscar que queden de la misma altura aproximadamente).



Del mismo modo pueden usar las gráficas de barras o pictogramas para encontrar la mediana. Cuando los datos son cualitativos, se pueden proponer gráficos circulares para comparar dos grupos en términos de porcentajes.

Para comunicar los resultados, se acude a una lectura diferencial de la información que se obtiene con cada una de las representaciones y se apoya en el uso adecuado de expresiones como variables, población o muestra, moda, mediana o media. Para responder a la pregunta objeto de estudio, se consolidan argumentos apoyados en los resultados que sustenten. Cuando el estudio se realiza entre dos poblaciones, se verifica si existen o no diferencias para decidir sobre posibles tendencias en el comportamiento de los datos.

En relación con el estudio de la aleatoriedad y el azar se espera realizar experimentos aleatorios, anticipar los posibles resultados y calcular las probabilidades de ocurrencia de un evento. Esto se puede desarrollar mediante la participación en actividades de juego en las que esté presente el azar (p. ej., los juegos de dados, las cartas, la ruleta, las rifas, entre otras). Es importante estimular la predicción de los resultados antes de realizar los experimentos, ya que con ello va consolidándose la idea de **experimento aleatorio** el cual es diferente a uno **determinístico**.

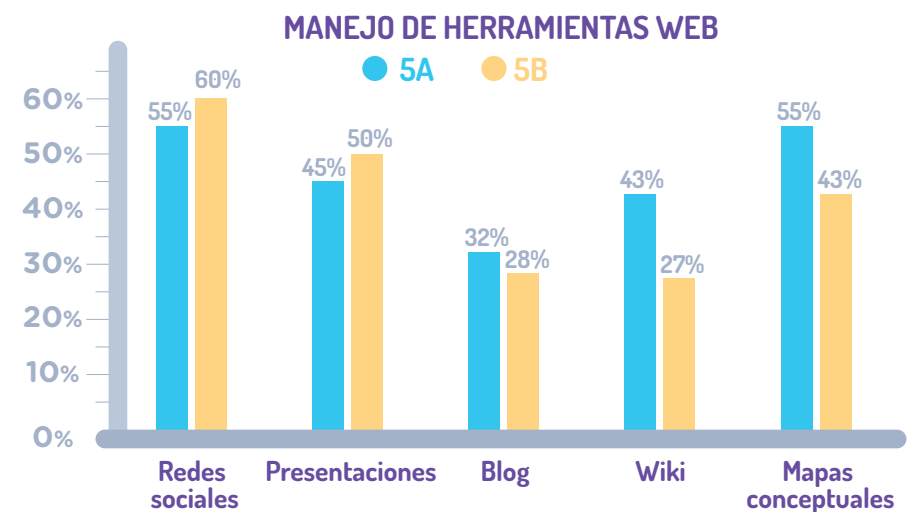
Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Interpreten y cuestionen los resultados de indagaciones realizadas por otros, p. ej., analizan la validez de las representaciones utilizadas y las conclusiones de algunas encuestas de opinión, sobre hechos cercanos a los estudiantes, como los que se presentan en noticieros de la televisión, periódicos, revistas y demás fuentes de información.
- B** Realicen estudios que requieran comparaciones de una variable en al menos dos grupos diferentes, p. ej., resolver preguntas como ¿son los estudiantes de 5A tecnológicamente más hábiles que los estudiantes de 5B? Una primera acción consiste en definir los rasgos que distinguen a una persona hábil tecnológicamente. P. ej., la habilidad se evidencia en el saber utilizar diferentes aparatos tecnológicos, o en poder describirlos según su forma, sus funciones, entre otros. Por eso es clave que los estudiantes establezcan acuerdos al respecto y evidencien la necesidad de tener claridad sobre cómo se va a entender aquello que se busca estudiar.

A partir de las precisiones sobre la pregunta y sobre lo que se va a estudiar, se definen: a) la población y sus características (En los casos que se requiera también se define la muestra), b) las variables por estudiar, c) el tipo de variables a estudiar y, d) los instrumentos para recolectar los datos (encuestas o experimentos simples).

Los datos se organizan y representan en tablas de frecuencia, pictogramas, gráficos de barras compuesto (como el que se muestra en la figura), gráficos de línea, entre otros, con el fin de comparar las dos poblaciones o muestras. En el análisis de los resultados se incluye el cálculo de medidas, p. ej., afirmar que en promedio los estudiantes de 5A manejan más los wikis que los de 5B.



Verifique que los estudiantes pueden identificar la coherencia entre la pregunta que se busca resolver y los demás componentes del **ciclo investigativo**. En caso de ser necesario, oriente a los estudiantes para que diseñen estudios sobre aspectos que les pueda interesar o presente estudios diseñados, y discuta con ellos sobre la precisión y claridad al definir cada uno de los componentes del ciclo y la coherencia entre ellos.

- C** Estimen la probabilidad de ocurrencia de un evento como resultado de la realización de un experimento aleatorio simple. P. ej., proponer experimentos como introducir en una bolsa oscura 10 tapas de 3 colores distintos: 5 azules, 3 rojas y 2 verdes. Los estudiantes conocen la cantidad total de tapas en la bolsa pero no la cantidad por cada uno de los colores. Pedir que por turnos extraigan una tapa, anoten el color en una tabla y luego la regresen a la bolsa, hasta que todos los del curso hayan participado. Al final, se contabiliza el número de veces que apareció cada color y elaboran un diagrama de barras para que respondan preguntas tales como: ¿cuántas veces aparece cada color?, ¿cuál se repitió más?, ¿cuál se repitió menos?, ¿cuál puede ser la explicación para que un color haya tenido más frecuencia que otro? Con base en los resultados se pide que hagan afirmaciones sobre el número de tapas de cada color que consideran hay en la bolsa.



CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

Sobre los Pensamientos numérico y variacional

La comprensión de las representaciones decimales de los fraccionarios no se limita a aprender un procedimiento para convertir representaciones fraccionarias en decimales; más bien, está relacionada con composiciones de unidades contiguas tanto en la numeración decimal como en los **sistemas métricos decimales** y lineales (p. ej., 1 unidad de mil son $10 \times 10 \times 10$ unidades; 1 kilogramo, $10 \times 10 \times 10$ gramos), ya que estos sistemas se rigen por los mismos principios posicionales y decimales (p. ej., 1 unidad equivale a 1.000 milésimas, 0,001, porque $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$). Por eso es importante orientar a los estudiantes para que establezcan estas conexiones. (DBA 1 y 3)

Se amplía la capacidad de interpretar los números naturales y fraccionarios al formular y resolver problemas ligados a contextos conocidos por los estudiantes. Por eso conviene enfatizar en la formulación y resolución de problemas que exijan combinar varias operaciones con números naturales y las fracciones (incluyendo sus representaciones decimal y fraccionaria) y especialmente en **problemas inversos**.

La ampliación del significado de una **fracción** como cociente entre dos números naturales no es simplemente reconocer el resultado de un reparto de a unidades entre b , sino que dicho reparto no siempre es exacto (p. ej., repartir 4 entre 3) y que este se representa mediante la fracción $\frac{a}{b}$. (p. ej., $\frac{4}{3}$). De ahí que sea conveniente que los estudiantes se enfrenten a múltiples experiencias en las que se construyan razonamientos basados en la idea de cambios de unidad (una parte se toma como unidad, p. ej., $\frac{1}{2}$ se toma como 1 unidad). (DBA 1)

La comprensión de la operación de potenciación no se reduce a interpretar el signo de potencia y calcular el resultado; los estudiantes construyen significados de la potenciación al modelar situaciones que pueden representarse por cuadrados o cubos (en el caso de los exponentes dos o tres respectivamente). Para ampliar a expresiones con exponentes mayores que 3, puede recurrirse a situaciones de **correspondencias múltiples**. Las equivalencias entre unidades del **Sistema Métrico Decimal** involucran la potenciación. Al resolver problemas inversos sencillos que requieran encontrar el valor de la base o del exponente, los estudiantes construyen intuiciones de la radicación. (DBA 1 y 2)

Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Realicen experiencias que involucren dos magnitudes que varían de **forma proporcional directa**. P. ej., estudiar la forma como varía la altura que alcanza el nivel del agua a medida que se vierte el contenido de 1, 2, 3, o más vasos de agua cuando los recipientes que se llenan tienen diferentes formas (de cilindro, de cono, entre otras) o una misma forma pero de dimensiones distintas (p. ej., cilindros de diámetros diferentes). Para variación inversa proporcional se puede tomar un rectángulo de un área determinada y se varían las medidas de sus dimensiones (base y altura) para estudiar cómo varían los valores de una dimensión con relación a la otra. Relacionar estas situaciones con lo que ocurre en los eventos típicos de compra y venta. (1) Cuando se compran diferentes unidades de un mismo artículo conociendo su valor unitario (el valor pagado es **directamente proporcional** a la cantidad de unidades compradas). (2) Cuando se realizan repartos de una cantidad en partes iguales (p. ej., repartir \$ 2.000 entre 7 personas, la cantidad de cada parte, $\frac{2.000}{7}$, es **inversamente proporcional** al número de partes, 7 personas).

Observe que los estudiantes en situaciones de su vida cotidiana logran anticipar si dos variables varían en forma directa (si una aumenta, la otra aumenta) o en forma inversa (mientras una aumenta, la otra disminuye) y si identifican cuando la **variación es proporcional** y cuando no. De ser necesario apóyelos en la realización de pequeños experimentos, elaboración y comparación de tablas y gráficas para que se identifique el tipo de variación.

- B** Realicen juegos en los que haya lugar a la repetición de multiplicaciones por un mismo número. Juegos que consistan en empacar paquetes unos dentro de otros y a su vez estos en otros, y así sucesivamente, con la condición que en cada unidad de empaque mayor siempre va la misma cantidad de paquetes de la unidad menor (p. ej., 6 cartas o tarjetas se empacan en un sobre, 6 sobres se organizan en una bolsa, 6 bolsas en una maleta y así sucesivamente). En estas situaciones, orientar a los estudiantes para modelar la situación mediante la potenciación (en este caso 6^3).



- C** Situaciones como la siguiente enriquecen habilidades de los estudiantes para modelar relaciones por medio de las operaciones aritméticas. Una agencia de viajes debe organizar un recorrido por los sitios turísticos de la región para un grupo de 75 personas. Puede alquilar dos tipos de transporte: vehículos pequeños, con capacidad para 4 pasajeros pagando \$ 120.000 por cada persona; o vehículos grandes, con capacidad para 7 pasajeros pagando, \$ 175.000 por cada persona. Si la agencia de viajes cuenta con 6 vehículos pequeños, ¿cuántos vehículos grandes debe contratar de más para transportar al resto de personas?, ¿cuánto deben pagar por el transporte de las 75 personas?, ¿tomó la agencia una buena decisión con la cantidad de vehículos contratados?



Oriente a los estudiantes que tengan dificultad con el concepto de potenciación mediante la construcción de cubos utilizando cubos más pequeños (p. ej., construir un cubo con 64 cubitos de azúcar o dados). Apóyelos para que establezcan estrategias más simples para calcular la cantidad de cubitos utilizados (p. ej., en cada cara hay $4 \times 4 = 16$ cubitos y como son 4 capas de cubos entonces son $16 \times 4 = 64$ cubitos de azúcar en total).

CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

Sobre los Pensamientos métrico y espacial

Realizar construcciones geométricas de figuras planas o cuerpos geométricos, con medidas definidas o poniendo ciertas condiciones a sus medidas permite que los estudiantes ganen habilidad para encontrar nuevas figuras o cuerpos a partir de una dada y nuevas relaciones al variar una o más dimensiones. P. ej., construir rectángulos con perímetros diferentes e igual área o construir cilindros cuyas alturas o diámetros de sus bases guarden una relación de 1 a 2 o de 1 a 3 y determinar si en ambos casos el volumen de cada uno de estos cilindros varía en la misma razón. (DBA 5)

Los estudiantes a menudo consideran que para construir una figura geométrica sólo se requiere conocer el número de lados y sus medidas. P. ej., proponerles la elaboración de un triángulo con segmentos que midan 2 cm, 4 cm y 8 cm, les permitirá evidenciar que hay casos en los que no se puede construir un triángulo. Estas acciones los estimulan a identificar las condiciones que deben darse para poder construir una figura. (DBA 5)

En el diseño de cuerpos geométricos a escala o cuerpos geométricos a partir de otros, se identifican posibles variaciones entre las medidas de magnitudes como la longitud de sus aristas, el área de las caras, el área total y el volumen, para explorar relaciones entre las alturas, la medida de las aristas, el diámetro de las bases, las áreas y los volúmenes; p. ej., dado un cubo, construir otro que tenga el doble de volumen, dividir un cono con un corte transversal y paralelo a la base circular da origen a otro cono y a uno truncado, hacer una pirámide cuya base tenga la mitad del área de un poliedro regular, entre otros. (DBA 4)

Las habilidades de visualización y representación de cuerpos geométricos se favorecen con la construcción de los sólidos a partir de **desarrollos en el plano**. Identificar los elementos (aristas, ángulos, vértices), las relaciones entre ellos y las relaciones métricas es un requerimiento para reconstruir el cuerpo geométrico cuyos desarrollos se presentan.

La localización de objetos o la descripción de trayectorias se apoyó hasta ahora en el cuerpo como marco de referencia (izquierda/derecha, atrás/adelante, arriba/abajo) y uso de algunas medidas (3 hacia arriba y 4 a la derecha). La introducción del sistema de coordenadas posibilita ampliar los marcos de referencia. (DBA 7).

Los mapas geográficos son una representación en el plano de una porción de superficie terrestre. Su lectura incluye varios aspectos: la escala, la dirección (norte, sur, oriente, occidente, suroriente, entre otras) y los símbolos o íconos para representar lugares específicos, como hospitales, escuelas, bibliotecas, entre otros. Algunos de estos aspectos se pueden utilizar para que los estudiantes describan detalladamente algunas trayectorias; por ejemplo, cómo ir de un barrio a otro usando un mapa de la ciudad. (DBA 7)

Situaciones que promueven el aprendizaje

A continuación se presentan algunos ejemplos de contextos generales que pueden ser enriquecidos en las planeaciones de aula para el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje, en las que los estudiantes:

- A** Identifiquen algunos significados del volumen p. ej.:
- Comparar el volumen de dos cajas llenándolas con cajas más pequeñas (volumen interno).
 - Comparar el volumen desplazado al sumergir diferentes objetos en un recipiente con líquido (volumen desplazado).
 - Comparar el espacio ocupado por un cuerpo geométrico en relación con otro objeto (volumen ocupado).
- B** Elaboren moldes para construir cajas de formas y tamaños diferentes. Empezar con formas sencillas sin exigir medidas, después con formas un poco más complejas (p. ej., prisma) y con algunas condiciones en sus medidas.
- C** Construyan figuras congruentes (misma medida de lados y ángulos) y semejantes (misma medida de ángulos y lados proporcionales) a una dada. Usar instrumentos como el compás, el transportador o software educativo en los casos que sea posible (construcciones a escala, ampliaciones y reducciones).
- D** Descompongan y compongan figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales (p. ej., cortar un cubo por una de las diagonales de sus caras. Cortar un paralelogramo por una línea paralela a uno de sus lados. A partir de un molde, construir una caja, entre otros). Orientar a los estudiantes para que comuniquen las formas de composición y descomposición (p. ej., el estudiante puede afirmar: “corté el cubo por esta diagonal y puedo cortarlo por esta otra diagonal”).
- E** Representen en el plano cartesiano la localización o la trayectoria de un objeto o de un conjunto de objetos (en tanto una trayectoria se define a través de una distancia y un tiempo positivo, se deben representar en el primer cuadrante del plano cartesiano). También que elaboren y utilicen planos y mapas de sitios locales.

F Resuelvan situaciones vinculadas con hechos cotidianos. P. ej., medir la cantidad de agua que los estudiantes gastan al lavarse las manos. Ellos pueden registrar en informes la cantidad de agua utilizada y el procedimiento empleado para medirla. Inicialmente pueden dar las medidas en diferentes **unidades**, lo cual es una oportunidad para reconocer sistemas de medida y las equivalencias entre unidades de capacidad; posteriormente, se puede convenir una unidad común para facilitar las comparaciones.

Identifique las estrategias que usan los estudiantes para realizar conversiones de unidades de medida, observe si utilizan procedimientos basados en el establecimiento de razones (p. ej., si 1 litro equivale a 10 decilitros, 5,7 litros ¿a cuántos decilitros equivalen?). En los casos en que los estudiantes no hayan construido estos procedimientos, identifique las estrategias elementales que ellos utilizan y orientelos para lograr procedimientos más elaborados.



necesita tomar la mejor decisión. ¿Cómo se pueden hacer las mediciones y los cálculos para empacar las cubetas de huevos, de manera que el granjero tenga que hacer el mínimo de viajes y que aproveche todo el espacio de la camioneta y de las cajas?, ¿cómo puede decidir sobre la ruta más apropiada para llevar el pedido al supermercado? (situación adaptada de Escuela Nueva Matemáticas 4, cartilla 2, p. 79). Los estudiantes pueden describir las rutas a partir del mapa de un sistema de georreferenciación en línea, considerando los tiempos posibles y las diferentes rutas, con un lenguaje matemático, cada vez con mayor nivel de precisión.



G Tomen decisiones en situaciones cotidianas mediante procesos de medición. P. ej., un granjero busca una manera eficiente de trasladar una producción de huevos. Para lograrlo considera empacar en una camioneta la mayor cantidad de cajas que sea posible, además de trasladarlas por la ruta más apropiada para optimizar tiempo. El granjero consigue cajas de diferentes tamaños, pero



Plantee preguntas en las que los estudiantes reflexionen sobre los procedimientos realizados y sobre las consecuencias de las soluciones encontradas. Esto permite a los estudiantes proponer alternativas a través del ejercicio de pensamiento flexible y promover la argumentación para presentar y sustentar sus respuestas.

APÉNDICE

Matemáticas - Grado 5°

■ *Ciclo investigativo*

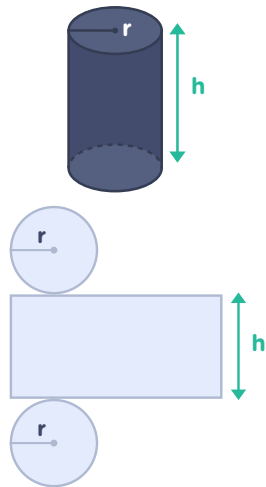
Es un enfoque didáctico utilizado en estadística basado en la resolución de problemas.



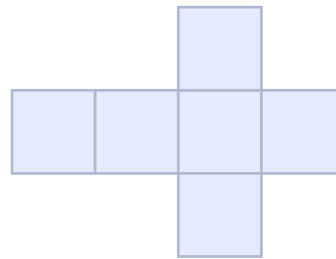
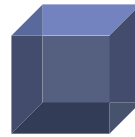
El ciclo incluye el planteamiento de un problema, que se refiere a la comprensión del sistema dinámico y al establecimiento de una pregunta; un plan, que involucra los procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio; los datos, que se relacionan con el proceso de recopilación de información; el análisis, que implica los procedimientos y herramientas con los que se trata la información, y las conclusiones, que comprenden las declaraciones de cómo se han interpretado los datos, qué se ha aprendido y cómo se ha respondido a la pregunta de investigación. Cada fase incluye sus propios problemas para ser comprendidos y abordados. Las fases están interrelacionadas y en ocasiones es necesario regresar a fases previas para hacer ajustes y poder continuar, dando la idea de un ciclo (Zapata, 2014, p. 53).

Desarrollos en el plano

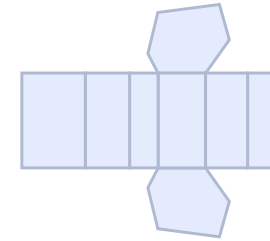
Representación plana de la superficie de sus caras. Algunos cuerpos geométricos y sus desarrollos planos son:



Cilindro



Cubo



Prisma hexagonal no regular

Fracciones y algunos de sus significados

Como parte y todo

La altura de un niño es de 72 cm; y la del padre, 1 m y 80 cm. ¿Qué fracción de la estatura del padre representa la del hijo?

Como operador

La altura de una persona en la imagen de una fotografía es de 12 cm, si la persona mide 15 veces más que la imagen, ¿cuál es la altura real de la persona?

Como razón

Juan estudia un plano del barrio que se ha hecho a escala. El plano reduce a $\frac{1}{500}$ las medidas reales. Si la ruta que sigue Juan para ir a la escuela mide 24 cm en el plano, ¿qué longitud camina Juan?

Como cociente

8 niños van a repartirse 5 chocolatinas. Si todos quieren comer la misma cantidad de chocolatina, ¿cuánto le corresponde a cada niño?

■ Problemas directos e inversos

Un problema aditivo se modela mediante la igualdad $a + b = c$, si el valor desconocido es c ($a + b = ?$) es directo, si uno de los valores desconocidos es a o b , el problema es inverso. De forma semejante ocurre con los problemas que se modelan mediante $a \times b = c$.

Problemas directos	Problemas inversos
<p data-bbox="331 528 495 571">$a + b = ?$</p> <p data-bbox="322 592 786 730">Alberto tiene \$ 3.450 y recibe \$ 2.400 que le regala su papá. ¿Cuánto dinero completa? ($3.450 + 2.400 = ?$)</p>	<p data-bbox="965 528 1128 571">$? + b = c$</p> <p data-bbox="956 592 2018 659">Alberto recibe \$ 2.400 que le regala su papá. si en total tiene \$ 5.850, ¿cuánto dinero tenía inicialmente? ($? + 2.400 = 5.850$)</p> <p data-bbox="965 699 1128 742">$a + ? = c$</p> <p data-bbox="956 762 1984 829">Alberto tiene \$ 3.450, con el dinero que le regala su papá completó \$ 5.850, ¿cuánto dinero recibió de su papá? ($3.450 + ? = 5.850$)</p>
<p data-bbox="331 941 495 984">$a \times b = ?$</p> <p data-bbox="322 1005 819 1144">Un resorte mide 56 cm cuando no está estirado. ¿Qué longitud alcanza cuando se estira 3 veces su longitud? ($56 \times 3 = ?$)</p>	<p data-bbox="965 941 1128 984">$? \times b = c$</p> <p data-bbox="956 1005 1973 1072">Al estirar un resorte 3 veces su longitud este alcanza 168 cm. ¿Qué longitud tiene el resorte cuando no está estirado? ($? \times 3 = 168$)</p> <p data-bbox="965 1112 1128 1155">$a \times ? = c$</p> <p data-bbox="956 1176 2040 1276">Un resorte mide 56 cm y después de estirado alcanza 168 cm. ¿Cuántas veces es la longitud del resorte estirado comparada con la longitud cuando no está estirado? ($56 \times ? = 168$)</p>

Sistemas métricos decimales y lineales

Son sistemas de unidades de medida en las que una unidad superior equivale a 10 veces la unidad inmediatamente inferior (p. ej., 1 centena equivale a 10 decenas, 1 metro equivale a 10 decímetros).

Sistemas de notación decimal lineales

De longitud: 1 kilómetro equivale a 10 hectómetros, 1 hectómetro equivale a 10 decámetros, ...

De peso: 1 kilogramo equivale a 10 hectogramos, 10 hectogramos a 10 decagramos, ...

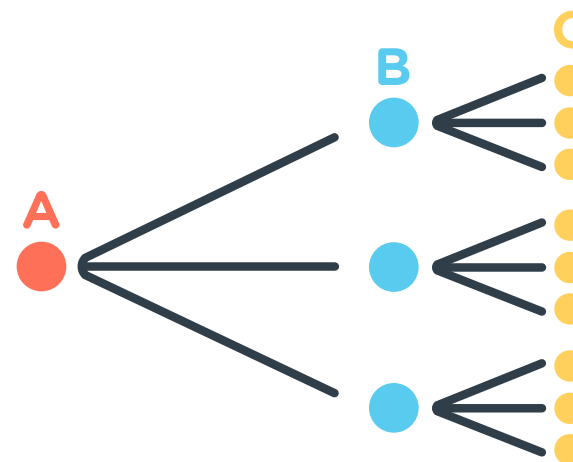
Sistemas de notación decimal no lineal

De área: 1 kilómetro cuadrado no equivale a:

- 10 hectómetros cuadrados; equivale a 100 hectómetros cuadrados.
- Un hectómetro cuadrado no equivale a 10 decámetros cuadrados; equivale a 100 decámetros cuadrados.

Situaciones de correspondencias múltiples

Son situaciones en las que una unidad de tipo **A** equivale a una cantidad de unidades de tipo **B** y a su vez una unidad de tipo **B** equivale a una cantidad de unidades de tipo **C** y así sucesivamente. Una forma de representar estas situaciones es mediante diagramas de árbol.



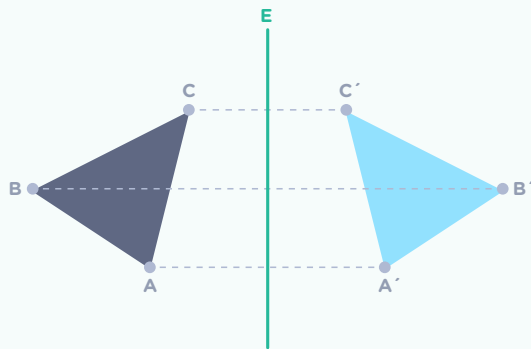
- Una unidad de tipo **A** equivale a 3 unidades tipo **B**, y cada una de estas, a 3 unidades de tipo **C**; a su vez cada unidad de tipo **C** a 3 unidades de tipo **D**, y así sucesivamente. Es decir $A = 3B$; $B = 3C$; $C = 3D$.
- En una caja tipo **A** se empaquetan 3 objetos, en una tipo **B** se empaquetan 3 cajas tipo **A**, en una tipo **C**, 3 cajas tipo **B**, y así sucesivamente.
- Las equivalencias entre unidades de sistema métrico decimal también son correspondencias múltiples que involucran la potenciación. P. ej., si $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$ y $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, entonces $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$.

■ Situaciones determinísticas y aleatorias

Se dice que una situación es determinística cuando se espera que al ocurrir se pueda predecir con plena certeza el resultado. Por el contrario, es aleatoria cuando al ocurrir se tienen varios resultados posibles, por lo que no se puede anticipar con certeza uno en particular, sólo se puede hablar de la mayor o menor probabilidad de su ocurrencia.

■ Transformaciones de figuras en el plano

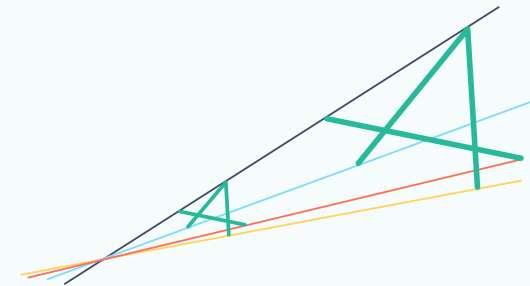
En geometría se hace referencia a una transformación de una figura en el plano cuando se crea una nueva figura a partir de otra.



Movimientos rígidos

La figura creada conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original, en ese caso las dos figuras son congruentes.

Los movimientos rígidos también se llaman isometrías y pueden ser translaciones, rotaciones o simetrías. Un ejemplo concreto de este tipo de movimientos es la rotación o translación de una figura elaborada en cartulina sobre una superficie.



Homotecia

La figura creada conserva la medida de los ángulos pero no la de la longitud de los lados, sin embargo estas últimas guardan la misma razón con las del original. En ese caso las dos figuras son semejantes.

Un ejemplo cotidiano de esta transformación es la fotocopia ampliada o reducida de un dibujo o la relación entre un objeto y una fotografía.

Unidades e instrumentos de medida

Una unidad de medida se denomina convencional cuando su uso ha sido acordado y reconocido por una comunidad; por ejemplo el uso de algunas medidas agrícolas en el campo o en la antigüedad, como un puñado (peso) o un gеме (longitud).



Geme

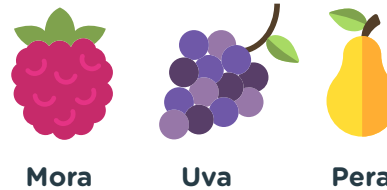
El intercambio de productos exige que se establezcan convenciones entre grupos más amplios. Así se hace necesario realizar procesos de estandarización sobre las unidades de medida con patrones (como el metro), los procedimientos de medición (para medir el largo de un palo se toma el gеме como unidad y se cuenta cuántas veces “cabe” a lo largo o se toma una cinta métrica y se cubre su longitud) y los instrumentos (para medir la temperatura, el termómetro).

Variables cualitativas

Una variable es cualitativa cuando los elementos de la población sólo pueden clasificarse en categorías no numéricas (nominales u ordinales).

Nominales: no admiten un criterio de ordinalidad. P. ej.

Frutas:

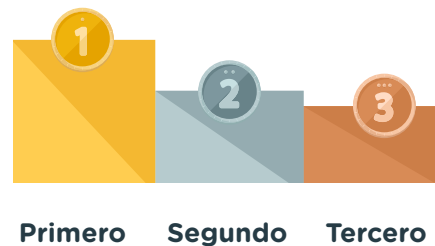


Mascotas:



Ordinales: admite un criterio de ordinalidad. P. ej.

Puesto conseguido en una prueba deportiva:



Medalla en una prueba deportiva:



■ *Variación directamente proporcional*

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, la otra también se incrementa o disminuye en la misma razón. Es decir, los valores correspondientes de las dos magnitudes siempre están en la misma razón.

P. ej., El costo de un retazo de tela varía de forma directamente proporcional respecto al número de metros que se compra, porque:

- A mayor cantidad de metros de tela mayor es el costo y a menos metros menor el costo.
- Si se compra el doble de metros el valor se duplica, si se compra el triple de metros el valor se triplica. Si se compra la mitad de tela, el valor se reduce a la mitad, etc. El valor pagado y la cantidad comprada están en la misma razón.

Puede haber otras formas de variación, p. ej., el área de un cuadrado no varía de forma directamente proporcional en relación con la longitud de su lado: el área de un cuadrado de 3 m de lado es 9 metros cuadrados, si se duplica la longitud de su lado (6 m) su área es de 36 metros cuadrados (el área no se duplicó, en este caso se cuadruplicó).

■ *Variación inversamente proporcional*

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando alguna de ellas aumenta en una cierta razón la otra disminuye en la razón inversa.

P. ej., si una de las variables aumenta al doble o al triple, la otra variable disminuye a la mitad o a la tercera parte respectivamente.